APRIL/MAY 2023

CMA63 — COMPLEX ANALYSIS II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

1. State Lioville's theorem.

லியோவெலிஸ் தேற்றத்தைக் கூறுக.

2. Show that if $\sum_{n=1}^{\infty} Z_n = S$ then $\sum_{n=1}^{\infty} CZ_n = CS$ where C be any complex number

$\sum_{n=1}^{\infty} Z_n = S$ எனில் $\sum_{n=1}^{\infty} CZ_n = CS$ எனக் காட்டுக. C என்பது மெய்ப்புனை எண்.

3. Define definite integral.

வரையறுத்த தொகையை வரையறு

4. Write the Maclaurin's series expansion for $\frac{1}{1+z}$.

$\frac{1}{1+z}$ ன் மெக்ளரின் தொடரை எழுதுக.

4421

5. Define pole.

துருவம் வரையறு.

6. Find the residue of $f(z)=\frac{z^2-2z+3}{z-2}$.

$f(z)=\frac{z^2-2z+3}{z-2}$ -ன் எச்சத்தைக் காண்க.

7. State Jordan leema.

ஜோர்டானின் கிளைத் தேற்றத்தை எழுதுக.

8. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2\,dx}{(x^2+1)^2}$.

$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2\,dx}{(x^2+1)^2}$ – ஐ மதிப்பிடுக.

9. Find the Zeros of $f(z)=e^z(z-2i)^2\ (z+3)^3$.

$f(z)=e^z(z-2i)^2\ (z+3)^3$ -ன் பூச்சிய உறுப்புகளைக் காண்க.

10. Find the singular point of $f(x)=\frac{1}{z}$.

$f(x)=\frac{1}{z}$ -ன் ஒருமைப் புள்ளிகளை காண்க.

---

20. Find the residue at $z=0$ of the function

(a) $z\cos\left(\frac{1}{z}\right)$ and (b) $\frac{z-\sin z}{z}$

(a) $z\cos\left(\frac{1}{z}\right)$ மற்றும் (b) $\frac{z-\sin z}{z}$, $z=0$ யின் எச்சத்தைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. In f is analytic and not constant in a domain then prove that $|f(z)|$ has no maximum value in that domain.

ஒரு களமில் f பகுப்பாய்வு மற்றும் நிலையானதாக இல்லாவிட்டால், அந்த களமில் $|f(z)|$ அதிகபட்ச மதிப்பு இல்லை என்பதை நிரூபி.

17. State and prove Laurent's theorem.

லாரன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

18. Evaluate $\int_c \frac{5z-2}{z(x-1)}dx$ where C is circle $|z|=2$, described counter clock wise.

C என்பது நேர்மறை போக்கில் வரையறுக்கப்பட்ட வட்டம் $|z|=2$ எனில் $\int_c \frac{5z-2}{z(x-1)}dx$ மதிப்பைக் காண்க.

19. Show that $\int_0^\infty \frac{x^2dx}{(x^2+9)(x^2+4)^2} = \frac{\pi}{200}$.

$\int_0^\infty \frac{x^2dx}{(x^2+9)(x^2+4)^2} = \frac{\pi}{200}$ என நிரூபி.

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) State and prove fundamental theorem of algebra.

இயற்கணிதத்தின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

Or

(b) Let $z_n = x_n + iy_n, (n=1,2,\ldots)$ and $S = X + iy$ then prove that $\sum_{n=1}^{\infty} z_n = S$ if and only if $\sum_{n=1}^{\infty} x_n = X$ and $\sum_{n=1}^{\infty} y_n = y$.

$z_n = x_n + iy_n, (n=1,2,\ldots)$, $S = X + iy$ எனில் $\sum_{n=1}^{\infty} z_n = S \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} x_n = X$, $\sum_{n=1}^{\infty} y_n = y$ என நிரூபி.

12. (a) Expand cos z into a Taylor's series about the point $z = \frac{\pi}{2}$.

$z = \frac{\pi}{2}$ எனும் புள்ளியில் cos z -ஐ டெய்லர் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

Or

(b) Expand $f(z)=\frac{1}{(1+z^2)(z+1)}$ as Laurent series in the region $1<|z|<2$.

$1<|z|<2$-ல் $f(z)=\frac{1}{(1+z^2)(z+1)}$ -ஐ லாரன்ஸ் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

13. (a) Evaluate $\int_c \frac{e^z-1}{z^4}\,dz$, where C is the circle $|z|=1$ described in the positive sense.

C என்பது நேர்மறை போக்கில் வரையறுக்கப்பட்ட வட்டம் $|z|=1$ எனில் $\int_c \frac{e^z-1}{z^4}\,dz$ மதிப்பை காண்க.

Or

(b) Find the residue of the function $z^e e^{1/z}$ at $|z|=3$.

$|z|=3$, $z^e e^{1/z}$ -ன் எச்சத்தைக் காண்க.

14. (a) Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos x\,dx}{(x+a)^2+b^2}, (b>0)$.

$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos x\,dx}{(x+a)^2+b^2}, (b>0)$ மதிப்பை காண்க.

Or

(b) Show that $\int_0^{\infty}\frac{x^2dx}{(x^2+1)(x^2+4)}=\frac{\pi}{6}$.

$\int_0^{\infty}\frac{x^2dx}{(x^2+1)(x^2+4)}=\frac{\pi}{6}$ என நிரூபி.

15. (a) Determine the number of roots of the equation $2z^5-6z^2+z+1=0$ in the region $1\le|z|<2$.

$1\le|z|<2$ எனும் வட்டத்தின் உட்புறம் உள்ள மூலங்களின் $2z^5-6z^2+z+1=0$ எண்ணிக்கையைக் காண்க.

Or

(b) State and prove Rouche's theorem.

ரோஷியின் தேற்றத்தை கூறி நிரூபி.